

Otázky k SZZ pro navazující studijní program Aplikovaná matematika

Optimalizace

1. Splajny v R^1 a jejich použití v úlohách aproximace dat

Definice splajnu. Po částech polynomičká reprezentace splajnu. Prostor polynomičkých splajnů a jeho dimenze. Bázová reprezentace splajnů. Definice B-splajnu, vlastnosti. Úloha interpolace. Použití splajnů v metodě nejmenších čtverců a v úloze vyhlazování. Křížová validace.

2. Splajny v R^2 a jejich použití v úlohách aproximace dat

Tensorové splajny – definice, vlastnosti. Prostor tensorových polynomičkých splajnů a jeho dimenze. Bázová reprezentace splajnů. Definice B-splajnu, vlastnosti. Použití tensorových splajnů v úloze interpolace, v metodě nejmenších čtverců a v úloze vyhlazování. Křížová validace.

3. Optimalizace s rovnostními podmínkami

Podmínky optimality 1. a 2. řádu, kvalifikační podmínky. Metody pro kvadratické programování – metoda nulového prostoru, metoda projekce gradientu, metoda Schurova komplementu. Metody pro nelineární programování s lineárními podmínkami – metoda nulového prostoru. Metoda vnější penalizace a metoda rozšířených lagrangianů pro nelineární úlohu.

4. Optimalizace s nerovnostními podmínkami

Podmínky optimality 1. a 2. řádu, kvalifikační podmínky. Lagrangeovská funkce a lagrangeovská dualita. Metoda aktivní množiny pro úlohu kvadratického programování. Metody pro nelineární programování s lineárními podmínkami - Rosenova metoda projekce gradientu, metoda aktivní množiny. Metoda bariérové funkce pro nelineární úlohu.

5. Klasické metody pro pokročilou optimalizaci

Vícekritériální optimalizace – formulace problému, princip dominance, základní pojmy a podmínky optimality. Klasické metody vícekritériální optimalizace. Apriorní, aposteriorní a interaktivní metody - rozdělení a příklady metod. Gradientní optimalizační metody v machine learning.

6. Globální a Bayesovská optimalizace

Metody globální optimalizace – evoluční algoritmy a stochastické metody pro jednkritériální optimalizaci. Evoluční algoritmy pro vícekritériální optimalizaci - popis problému a zobecnění algoritmů. Bayesovská optimalizace – surrogate modely, akviziční funkce, zobecnění pro vícekritériální optimalizaci. Optimalizace za nejistoty.

7. Náhodné grafy a jejich vlastnosti

Definice $G_{\{n,p\}}$ a $G_{\{m,n\}}$ grafů a konfiguračního modelu, práci s těmito grafy a jejich základní vlastnosti (průměrný počet uzlů a hran, klastrovací koeficient, gigantická komponenta). Role generujících funkcí. Perkolace a její aplikace.

8. Epidemie na sítích

Základní modely pro šíření epidemií bez sítí a na sítích, role korelace. Aproximace šíření epidemií přes stupně uzlů, souvislost s perkolacemi na sítích.

Statistika

1. Lineární metody statistického učení

Bias-variance trade-off, resamplingové metody. Lineární regrese a klasifikace (logistická regrese, zobecněné lineární modely, Coxův model proporcionálních rizik). Výběr proměnných a regularizace v lineárním modelu (hřebenová regrese, LASSO, redukce dimenze – PCR, PLS).

2. Nelineární metody statistického učení

Nelineární metody regrese (regresní spliny, lokální regrese, zobecněné aditivní modely) a klasifikace (QDA/LDA, kNN, naive Bayes). Deep learning – vícevrstvé neuronové sítě, konvoluční a rekurentní neuronové sítě a jejich trénování.

3. Pokročilé metody analýzy časových řad

Hodnocení kvality predikcí v časové řadě - různá kritéria a jejich výhody, Brierovo skóre. Holtova-Wintersova metoda - adaptivní přístup k modelování časové řady obsahující sezónní složku. Modelování volatility v ekonomických časových řadách - modely ARCH a GARCH.

4. Pokročilé metody modelování trendu v časové řadě

Růstové křivky, idea jejich odvození, zobecnění logistického trendu. Detekce bodu změny v časové řadě, modely strukturální změny, joinpoint regrese.

5. Ověření prostorové závislosti

Úplná prostorová nahodilost bodových procesů (H,G,F a K funkce, kvadrátové četnosti), lokální a globální charakteristiky prostorové autokorelace (Moranovo I, Getis-Ord), prostorová autokorelace reziduí SAR modelů, Hot spot analýza

6. Modelování prostorových dat

Odhad intenzity a K funkce pro homogenní a nehomogenní Poissonův proces, interpolace náhodných polí (Voronoi polygony, IDW, kriging, cokriging), prostorové AR modely (odhad parametrů a interpretace), prostorově vážené metody (odhady charakteristik polohy a variability, regrese).

7. Statistická analýza funkcionálních dat

Předzpracování funkcionálních dat (vyhlazování, zarovnání křivek), funkcionální metoda hlavních komponent, funkcionální regrese (funkce v roli vysvětlující proměnné, vysvětlované proměnné, popř. v obou rolích, zobecněná funkcionální regrese).

8. Pokročilá témata analýzy funkcionálních dat

Statistická analýza řídkých funkcionálních dat, funkcionální časové řady, prostorová funkcionální data a modely.